

構造と連続体の力学基礎

日本語第 27 版の正誤表（改訂も含む）

岩熊哲夫・小山茂（2021 年 11 月 7 日現在）

剥離紙にプリントし、式や記号 | で囲った語句等を切り貼りしてください。なお、式や図表の番号は加筆修正をした時点でのものなので、この表を切り貼りした結果ずれたり重複したりするので注意してください。

第 2 章

p.33: ページ最下行の「と求められる。」の後ろに次の文章を追加。

あるいは図 2.35 の右図のように、分布荷重は合計 $\frac{1}{2}qx/\ell$ の集中荷重が三角形分布の重心位置つまり右の断面から $x/3$ の位置に作用していると考えてもいいから、力のつり合いとモーメントのつり合いの

$$\frac{q\ell}{6} - \frac{qx^2}{2\ell} - V = 0, \quad x\frac{q\ell}{6} - \frac{x}{3}\frac{qx^2}{2\ell} - M = 0$$

からも上に示した断面力が求められる。

第 3 章

p.69: 式 (3.27) の交代記号 ϵ_{ijk} を e_{ijk} に変更して、前後の式中の記号も変更。ボールペンで修正してください。

p.137: 写真 3.5 の酒田みらい橋が無筋ではないことを早稲田大学の秋山充良先生から教えていただいた。キャプションの「無筋」を削除。

第 5 章

p.238: その他の要素の最初の節に次のようなヒンジの扱いを加える予定。

(1) 端部にヒンジを設置した梁要素

例えば 2 次部材の端部は主部材に剛結されているとは限らないので、場合によってはヒンジでモデル化したいかもしれない。あるいは部分的なトラス構造が骨組構造の中に設定される場合もあるだろう。そこで端部にヒンジを設置した梁の有限要素を定式化してみよう。例えば右端だけにヒンジがある要素では、そのヒンジ端側の内力曲げモーメントは零である。この条件は、その当該端部の曲げモーメントを要素剛性方程式のレベルで零にすることによって与えることができる。つまりそれは、式 (5.24) の第 4 式左辺の C_2 が零になるという拘束条件である。したがって

$$0 + q_4 = EI \begin{bmatrix} -\frac{6}{\ell^2} & \frac{2}{\ell} & \frac{6}{\ell^2} & -\frac{4}{\ell} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

あるいは左辺・右辺を入れ替えて

$$\theta_2 = \frac{q_4\ell}{4EI} + \begin{bmatrix} \frac{3}{2\ell} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2\ell} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \end{Bmatrix} \quad (5.42)$$

という条件がその要素では満足されなければならない。これを残りの3行の要素剛性方程式に代入すると

$$\begin{Bmatrix} S_1 \\ C_1 \\ S_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix} = EI \begin{pmatrix} 12/\ell^3 & -6/\ell^2 & -12/\ell^3 \\ & 4/\ell & 6/\ell^2 \\ \text{Symm.} & & 12/\ell^3 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \end{Bmatrix} + EI \begin{pmatrix} -6/\ell^2 \\ 2/\ell \\ 6/\ell^2 \end{pmatrix} \left(\frac{q_4 \ell}{4EI} + \left[\frac{3}{2\ell} \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{3}{2\ell} \right] \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \end{Bmatrix} \right)$$

であればいいことになる。ここでも左辺・右辺を整理すると結局

$$\begin{Bmatrix} S_1 \\ C_1 \\ S_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} q_1 + 3q_4/2\ell \\ q_2 - q_4/2 \\ q_3 - 3q_4/2\ell \end{Bmatrix} = 3EI \begin{pmatrix} 1/\ell^3 & -1/\ell^2 & -1/\ell^3 \\ & 1/\ell & 1/\ell^2 \\ \text{Symm.} & & 1/\ell^3 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \end{Bmatrix} \quad (*)$$

を得る。既に考慮した4行目の式は $C_2 = 0$ で置き換えればいいので、それを上式に加えると通常の4行の要素剛性方程式が

$$\begin{Bmatrix} S_1 \\ C_1 \\ S_2 \\ C_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} q_1 + 3q_4/2\ell \\ q_2 - q_4/2 \\ q_3 - 3q_4/2\ell \\ 0 \end{Bmatrix} = 3EI \begin{pmatrix} 1/\ell^3 & -1/\ell^2 & -1/\ell^3 & 0 \\ & 1/\ell & 1/\ell^2 & 0 \\ & & 1/\ell^3 & 0 \\ \text{Symm.} & & & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (5.43)$$

と求められる。これが右端だけにヒンジがある梁要素の剛性方程式である。分布外力が図5.11のように一様で、それが q_0 である場合の分布外力項は

$$\begin{Bmatrix} q_1 + 3q_4/2\ell \\ q_2 - q_4/2 \\ q_3 - 3q_4/2\ell \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5q_0\ell/8 \\ -q_0\ell^2/8 \\ 3q_0\ell/8 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.44)$$

になる。

そして通常の直接剛性法を用いて式(5.43)を組み込めば全体剛性方程式を求めることができるが、それを解いて求められる上記の θ_2 の要素に相当する全体座標系のたわみ角は、このヒンジを右端に持つ当該要素のたわみ角ではなく、その右に接する要素の左端のたわみ角であることに注意する必要がある。

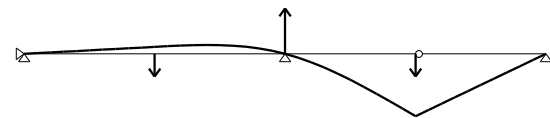


図 5.29 ヒンジのある連続梁

この当該要素の右端のたわみ角の方は、求められた変位成分を式(5.42)の右辺に代入することによって求めることができる。ヒンジの存在によってたわみ角は不連続になるが、その両方共を剛性方程式(有限要素法)で求めることができる。

左端だけにヒンジがある場合の要素剛性方程式も、 $C_1 = 0$ の拘束条件から始めた同様の手順で求めることができる。まず式(5.42)に対応したたわみ角の条件は

$$\theta_1 = \frac{q_2 \ell}{4EI} + \left[\frac{3}{2\ell} \quad -\frac{3}{2\ell} \quad -\frac{1}{2} \right] \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (5.45)$$

となるので、最終的に式(5.43)に対応した要素剛性方程式は

$$\begin{Bmatrix} S_1 \\ C_1 \\ S_2 \\ C_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} q_1 + 3q_2/2\ell \\ 0 \\ q_3 - 3q_2/2\ell \\ q_4 - q_2/2 \end{Bmatrix} = 3EI \begin{pmatrix} 1/\ell^3 & 0 & -1/\ell^3 & -1/\ell^2 \\ & 0 & 0 & 0 \\ & & 1/\ell^3 & 1/\ell^2 \\ \text{Symm.} & & & 1/\ell \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (5.46)$$

と求められ、一様分布外力 q_0 の場合の式 (5.44) に対応した分布外力項は

$$\begin{Bmatrix} q_1 + 3q_2/2\ell \\ 0 \\ q_3 - 3q_2/2\ell \\ q_4 - q_2/2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3q_0\ell/8 \\ 0 \\ 5q_0\ell/8 \\ q_0\ell^2/8 \end{Bmatrix} \quad (5.47)$$

となる。

では両端にヒンジがある場合はどうだろう。それは上式 (*) においてさらに $C_1 = 0$ になる拘束条件を組み込めばいいだけだ。上で用いた手順を繰り返せばまず

$$\theta_1 = \frac{\ell}{3EI} \left(q_2 - \frac{q_4}{2} \right) + \left[\frac{1}{\ell} \quad -\frac{1}{\ell} \right] \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{Bmatrix} \quad (5.48)$$

を得る。この式 (5.48) を式 (*) に代入して整理すると結局、両端にヒンジがある梁要素の 2 行の要素剛性方程式と、他の 2 行を $C_1 = 0, C_2 = 0$ で置き換えて分布外力が一様な q_0 の場合の 4 行の要素剛性方程式は

$$\begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} q_1 + q_2/\ell + q_4/\ell \\ q_3 - q_2/\ell - q_4/\ell \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} S_1 \\ C_1 \\ S_2 \\ C_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} q_0\ell/2 \\ 0 \\ q_0\ell/2 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 \\ \text{Symm.} & & & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (5.49a, b)$$

と求められる。剛性行列の要素はすべて零、つまり式 (5.29) で用いたトラス要素そのものである。ちなみに、式 (5.48) の θ_1 を式 (5.42) の右辺に代入すると

$$\theta_2 = \frac{\ell}{3EI} \left(q_4 - \frac{q_2}{2} \right) + \left[-\frac{1}{\ell} \quad \frac{1}{\ell} \right] \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{Bmatrix} \quad (5.50)$$

を得る。この式と式 (5.48) の右辺第 2 項は両端のたわみ差を要素長で除した値であって、それはこの梁要素の剛体的な回転変位成分である。そして、それぞれの第 1 項は分布外力が載った単純支持梁の両端のたわみ角（等分布外力の場合の式 (4.36); $\theta_1 = -\theta_2 = -q_0\ell^3/24EI$ ）なのである。つまり、両端ヒンジの梁要素は両端がたわむことのできる単純支持梁の要素になっていて、分布外力が無ければトラス要素になっていることがわかる。

第 9 章

p.543: 第 11.3.4 節に現れる交代記号 ϵ_{ijk} を e_{ijk} に変更。ボールペンで修正してください。

第 12 章

p.598: 式 (12.52) の下を加筆修正。

この $d(x)$ は変形速度と呼ばれる。速度勾配には回転速度成分を含むが、変形速度には変形勾配つまり回転成分が式 (12.52c) のように左右から乗じられて回転を除去しているので、変形速度はひずみ速度の代表的な量であることがわかる。

p.615: Biot 応力の説明にある式の修正。 $T \simeq T_{IJ} G_I \otimes \bar{G}_J, \bar{G}_J \equiv \frac{G_J}{|G_J|}$ (no sum on J):

p.636: 式 (12.158) がある段落の次の非圧縮性材料の段落の五か所の p を \dot{p} で置換。

p.640: 最初の段落の文頭に「構成則には Lagrange 的記述が適するので、」を挿入。

付録 B

p.694: 式 (B.63) に右辺を追加。

$$\int_x (N \delta \epsilon + M \delta \kappa) dx - \int_x q \delta w dx - \{F \delta u + S \delta w + C \delta(-w')\} \Big|_{x=0, \ell} = 0 \quad (\text{B.63})$$

p.696: 式 (B.70) のすぐ下の行の「式 (B.68) のそれと同じであり、」を削除。

付録 C

p.718: 式 (C.5) のすぐ下の \mathbf{g}^i と \mathbf{g}_i の呼称が逆。前者が「共変」、後者が「反変」。

p.719: 式 (C.14) のすぐ上の「反変基底ベクトルの内積は式 (C.9b) のように」の「の内積」を削除。

p.719: 式 (C.17) にある二つの交代記号 e^{ijk} , e^{kij} を置換テンソル ϵ^{ijk} , ϵ^{kij} で置換。次の版では式 (C.20) の後ろに移動予定。

p.720: 式 (C.21) の下の文章の「と呼ばれている。」の次に以下を挿入。

これともう一つの基底ベクトルとの内積から

$$\mathbf{g}_{i,j} \cdot \mathbf{g}_k = \Gamma_{ijl} \mathbf{g}^l \cdot \mathbf{g}_k = \Gamma_{ijl} \delta_k^l = \Gamma_{ijk}, \quad \mathbf{g}_{i,j} \cdot \mathbf{g}^k = \Gamma_{ij}^k.$$

という関係を得る。

p.721: 式 (C.33) (C.36) の第 2 式第 1 項の $\frac{1}{r} \frac{\partial u^r}{\partial \theta}$ を両方とも $\frac{1}{r} \frac{\partial v^r}{\partial \theta}$, $\frac{1}{r} \frac{\partial v^r}{\partial \theta}$ に修正。

p.722: 第 C.4 節の文末に以下の説明を加筆。

なお、梁の有限変位理論を説明した際の物理的な応力成分の定義式 (B.22) でも具体的に示したように、有限変形の枠組において Lagrange 的な記述をした場合の基底ベクトルには物体の変形も含まれ、単位でも直交系でもなくなるので、その物理成分を注意深く定義する必要があることには十分注意して欲しい。

p.722: 次の版では、次の節を加えて目次にも加える予定。

C.5 座標変換とテンソル

テンソルって何だろう。それは物理量のことであり、人間の都合で導入した座標系とは無関係である。したがって、式 (C.38) のようなテンソル方程式も座標系とは無関係に成立する。しかし、基底ベクトルは座標系によって異なるからテンソル成分は座標系に依存した量になる。例えば任意の曲線座標 \mathbf{x} 系と別の座標 \mathbf{x}' 系の基底ベクトル同士は式 (C.12) と同様

$$\mathbf{g}^k = \beta_{i'}^k \mathbf{g}^{i'}, \quad \beta_{i'}^k \equiv \frac{\partial x^k}{\partial x^{i'}}, \quad \mathbf{g}^{k'} = \beta_i^{k'} \mathbf{g}^i, \quad \beta_i^{k'} \equiv \frac{\partial x^{k'}}{\partial x^i} \quad (\text{C.40a, b, c, d})$$

のような関係にある。この $\beta_{i'}^k$ は座標変換係数なので

$$\beta_{k'}^i \beta_j^{k'} = \delta_j^i, \quad \beta_{i'}^k \beta_k^{j'} = \delta_{i'}^{j'} \quad (\text{C.41a, b})$$

を満足する。したがって任意のベクトル \mathbf{v} の成分同士は

$$\mathbf{v} = v_i \mathbf{g}^i = v_i \beta_{j'}^i \mathbf{g}^{j'} = v_{j'} \mathbf{g}^{j'} \quad \rightarrow \quad v_{j'} = \beta_{j'}^i v_i \quad \text{あるいは} \quad v_i = \beta_i^{j'} v_{j'} \quad (\text{C.42a, b, c})$$

のような関係にある。この座標変換の規則は任意のテンソルに対して成り立ち、2階の場合は

$$\sigma^{ij} = \beta_{k'}^i \beta_{l'}^j \sigma^{k'l'}, \quad \sigma^{i'j'} = \beta_k^{i'} \beta_l^{j'} \sigma^{kl} \quad (\text{C.43a, b})$$

のような関係になり、4階の場合は座標変換係数が四つ並ぶことになる。

付録 H

p.751: 式 (H.24) の交代記号 ϵ_{ikl} 等は e_{ikl} 等に修正。

$$N_{ij} = \frac{1}{2} e_{ikl} e_{jmn} K_{mk} K_{nl}, \quad D = \frac{1}{6} e_{ijk} e_{lmn} K_{il} K_{jm} K_{kn} \quad (\text{H.24a, b})$$

ここに e_{ijk} は交代記号である。

p.755: 式 (H.57) の Fourier 変換の表記が間違い。

ただし単周期関数の Fourier 変換はデルタ関数になる。

$$\delta(\xi' - \xi) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{i \mathbf{x} \cdot (\xi' - \xi)\} d\mathbf{x} \quad (\text{H.57})$$

p.756: 第一段落最後の | 森・田中平均手法[†] | に次の脚注を追加。

[†] この手法は、負電荷を持つ自由電子の運動の平均値として電流を計算する物理学の一方法と基本的には同じである。

p.759: 式中の V_{Ω} を $\sum V_{\Omega}$ で置換。

$$\bar{\sigma} \equiv \frac{1}{V} \int_{\Omega} \sigma dV + \frac{1}{V} \int_{D-\Omega} \sigma dV = \frac{\sum V_{\Omega}}{V} \langle \sigma \rangle_1 + \left(\frac{V - \sum V_{\Omega}}{V} \right) \langle \sigma \rangle_M = f \langle \sigma \rangle_1 + (1-f) \langle \sigma \rangle_M \quad (\text{H.66})$$

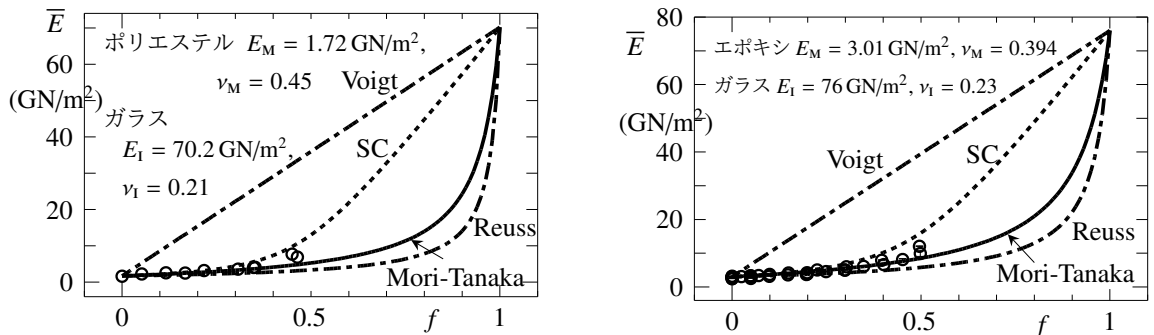
p.761: 式に副番号付与。

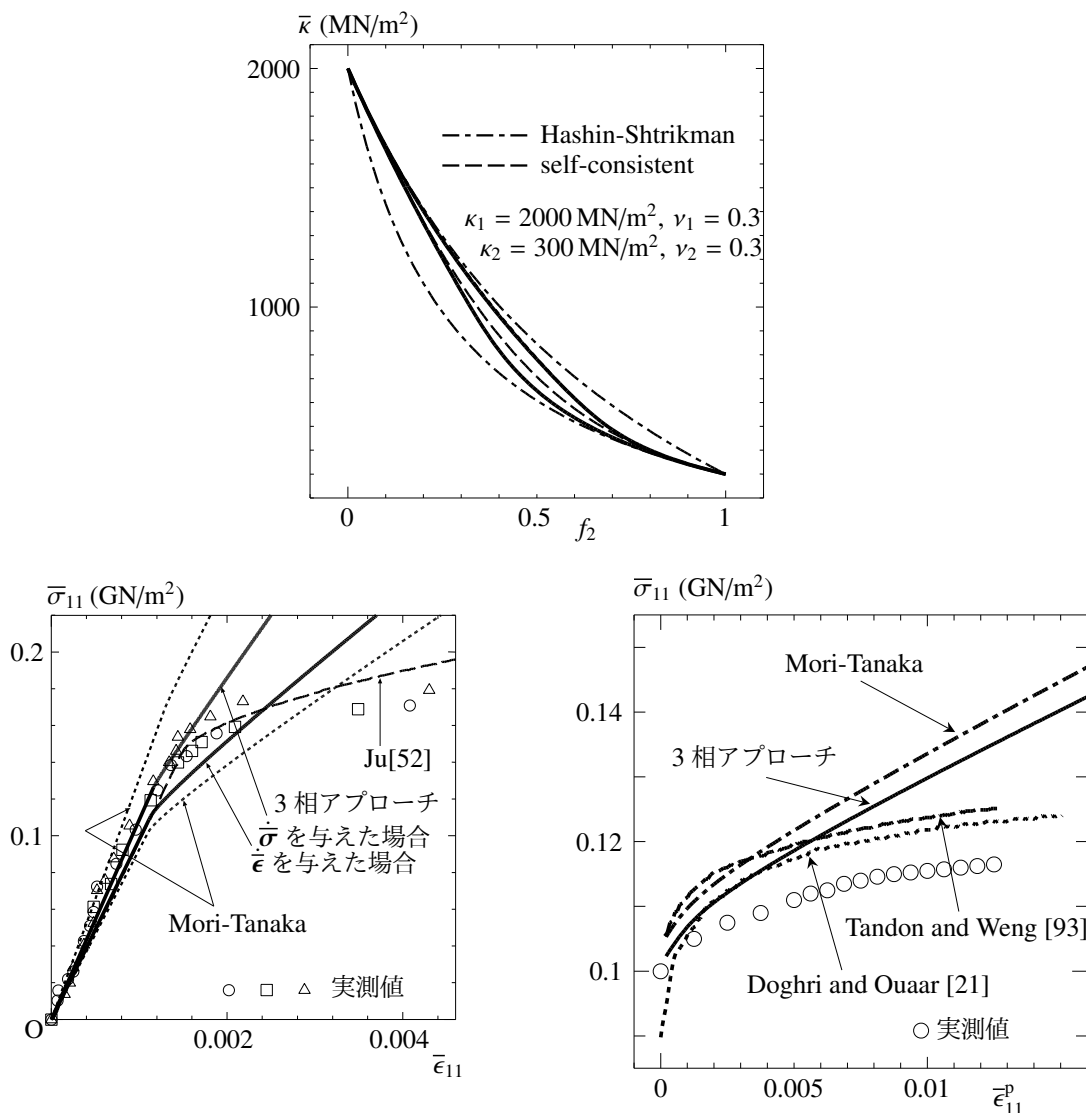
$$\bar{\mu} = \mu_M + \frac{f(\mu_1 - \mu_M)\bar{\mu}}{\bar{\mu} + 2S_{1212}(\mu_1 - \mu)}, \quad \bar{\kappa} = \kappa_M + \frac{f(\kappa_1 - \kappa_M)\bar{\kappa}}{\bar{\kappa} + \frac{1}{3}S_{ijjj}(\kappa_1 - \bar{\kappa})} \quad (\text{H.73a, b})$$

p.761: 式右辺の Poisson 比の下添え字 $_M$ を削除して、副番号付与。

$$2S_{1212} = \frac{2(4-5\bar{\nu})}{15(1-\bar{\nu})}, \quad \frac{1}{3}S_{ijjj} = \frac{1+\bar{\nu}}{3(1-\bar{\nu})}, \quad \bar{\nu} = \frac{3\bar{\kappa} - 2\bar{\mu}}{2(\bar{\mu} + 3\bar{\kappa})} \quad (\text{H.74a, b, c})$$

図: 図 H.8(a), H.11, H.12, H.13(b) の枠線と文字の重なり等の除去。





付録 I

p.775: 図I.3の左にある式の分母を訂正。

$$\frac{u(x, t)}{u_0} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi/2}{n^2} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi ct}{a}\right)$$

付録 J

p.810: 脚注 84 を次のように修正。

⁸⁴ インターネットでは R は抵抗で S は作用とあるが、ある作用に対する抵抗と強度と考えるなら Resistance と Strength で逆だ。いつも逆に書いて東北大学の鈴木基行先生に指摘される。実は S は Stress だということを早稲田大学の秋山充良先生に教えてもらった。